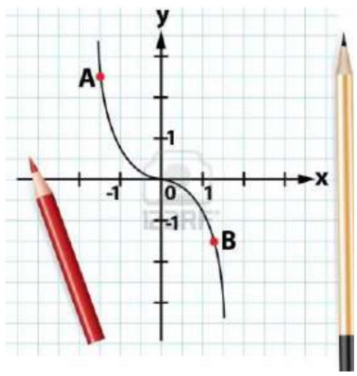
FUNCIONES. FUNCIÓN LINEAL.
ECUACIONES E INECUACIONES LINEALES

La noción actual de función comienza a gestarse en el siglo XIV cuando los filósofos escolásticos medievales comenzaron a preocuparse por medir y representar gráficamente las variaciones de ciertas magnitudes como la velocidad de un cuerpo en movimiento o la diferencia de temperatura en los distintos puntos de un objeto metálico.

Podemos decir entonces que la función se originó por el interés en el cambio. Por el tiempo es una variable natural que está constantemente cambiando, aparentemente de modo uniforme; y a medida que el tiempo pasa todas las cosas cambian. Entonces es natural que al hombre se le ocurriera, entre tantos otros inventos, medir cómo y cuánto varía la posición de un objeto que es lanzado hacia arriba a medida que trascurre el tiempo.

En la actualidad es usual encontrar información presentada en forma de gráficos que nos muestran relaciones entre distintas variables, como: la recaudación impositiva en el transcurso de un año, el crecimiento de una población en un período determinado de tiempo, entre otras.

Muchas de estas relaciones son funciones. En este capítulo se trabajará con un tipo particular de función: la función lineal. También con una expresión matemática asociada a la función lineal: la ecuación lineal. En primer lugar se presenta una síntesis que abarca conceptos básicos relacionados con ellas; luego se proponen actividades de aprendizaje para poner en juego los conceptos y procedimientos que intervienen en este tema.



Contenidos de este Capítulo:
Definición de función. Dominio e Imagen de una función. Distintas formas de representación de una función. Funciones lineales. Ecuaciones lineales. Ecuaciones equivalentes. Resolución de una ecuación lineal con una incógnita. Tipo de soluciones de una ecuación de primer grado. Problemas con ecuaciones de primer grado con una incógnita. Ecuaciones lineales con dos incógnitas. Resolución gráfica de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

-Hubiese sido mejor venir a la misma hora- dijo el zorro-. si vienes por ejemplo a las cuatro de la tarde comenzaré a ser feliz, desde las tres. Cuánto más avance la hora, más feliz me sentiré. A las cuatro me sentiré agitado e inquieto;¡descubriré el precio de la felicidad!...

INTRODUCCIÓN

La matemática, según lo establece la Real Academia Española, es una ciencia deductiva que estudia las relaciones entre entes abstractos. Establece además que la matemática aplicada es el estudio de la cantidad en relación con ciertos fenómenos físicos. Esta definición para ser entendida precisa de otras, ¿qué es una ciencia?, ¿qué es un ente abstracto? ¿qué es una cantidad?. Como no es nuestro cometido profundizar en cada una de esas definiciones, porque además serán abordadas a su debido tiempo en otros espacios, intentaremos entenderlas mediante una analogía.

Podemos interpretar a la matemática como un laboratorio al cuál llevamos algún elemento del mundo físico para estudiarlo. Allí con el objeto aislado y despojado de lo superfluo, nos concentramos en las características que queremos estudiar, es decir en ese momento el objeto, fuera de su contexto, sin muchas de sus características, es análogo a lo que se le llama ente abstracto. Lo ponemos bajo la lupa, describimos sus propiedades, su comportamiento frente a diversas situaciones. Con todo ese estudio, lo transformamos en una herramienta muy útil para volverlo a su contexto y utilizarlo para interpretar, describir y predecir otros sucesos.

Nos disponemos en este capítulo a dar forma a uno de los objetos matemáticos más importantes y de mayor utilidad que esta ciencia concibió; el concepto de función y, consecuentemente, una función en particular: la función lineal. También trabajaremos otro concepto asociado a la función lineal: la ecuación lineal.

En el pequeño retazo del principito que se lee en el párrafo superior derecho, vemos como hay elementos que están en relación, según lo cuenta el zorro. Por supuesto que no encontramos en esa situación, la minuciosidad que la matemática impone, pero la idea central es un buen punto de partida ya que los elementos que están en juego y la forma en que están relacionados, esconden la idea central de este concepto; el zorro percibe que su felicidad depende de la proximidad a una hora en especial, debido a eso puede, predecir su estado de ánimo. Podemos decir que la felicidad del zorro está *en función* a la proximidad a cierto horario.

Nuevamente según el diccionario, vemos que la palabra función tiene distintas acepciones, veamos algunas de ellas:

> **Función.** (Del lat. *functĭo, -ōnis*). f. Capacidad de actuar propia de los seres vivos y de sus órganos, y de las máquinas o instrumentos. || **2.** Tarea que corresponde realizar a una institución o entidad, o a sus órganos o personas. || **3.** Acto solemne, especialmente el religioso. || **4.** Representación de una obra teatral, o proyección de una película. || **5.** Obra teatral representada o filme proyectado. || **6.** Representación o realización de un espectáculo. || **7.** Fiesta mayor de un pueblo o festejo particular de ella. || **8.** Convite obligado de los mozos. || **9.** Escándalo o alboroto que se produce en una reunión. ||

10.*Ling.* Papel relacional que, en la estructura gramatical de la oración, desempeña un elemento fónico, morfológico, léxico o sintagmático. || **11.***Ling.* Relación que los elementos de una estructura gramatical mantienen entre sí. || **12.***Ling.* Cada uno de los usos del lenguaje para representar la realidad, expresar los sentimientos del hablante, incitar la actuación del oyente o referirse metalingüísticamente a sí mismo. || **13.** *Mat.* Relación entre dos conjuntos que asigna a cada elemento del primero un elemento del segundo o ninguno.

Resulta una obviedad resaltar que la acepción que nos interesa es la que está explicada desde la óptica matemática. Para comenzar, los invitamos a analizar las siguientes situaciones:

Distintos ejemplos para entrar en el tema

- **Situación 1:** El trato en esa casa era el siguiente, Sofía recibiría cinco pesos por cada pañal que le cambiara, en el día, a su hermano bebé. Cuando deseaba comprarse algo, vigilaba muy atentamente a su hermano. ¡Era la única persona en la casa que deseaba que los pañales se ensuciaran!.

- **Situación 2:**Para evitar que su nueva mascota huyera a la calle, Esteban decidió comprar cuatro estacas y 20 metros de lona para construir un pequeño corral rectangular. Cuando se puso manos a la obra, descubrió que la decisión que tomara con respecto a las dimensiones de la figura tendría que ver con el confort de su mascota, ya que supuso que cuando mayor sea la superficie en la cual pueda moverse, más cómoda estaría.

- **Situación 3:**La operación$\sqrt{16}$ consiste en hallar un número tal, que al elevarlo al cuadrado, de cómo resultado 16. Esto implica que $\sqrt{16} = \pm 4$ ya que $4^2 = 16$ y $(-4)^2 = 16$. Es decir que cada vez que elijamos un número real *x*, podremos asociarle otros dos números reales tales que, elevados al cuadrado, den como resultado x. Es decir $\sqrt{x} = \pm y$. (¿Es verdad?).

- **Situación 4:**En la puerta de una heladera se observa la siguiente tabla:

¡¡¡DIETA DEL ARROZ!!!

LUNES	**Bife a la plancha con ensalada de arroz y arvejas**
MARTES	**Zapallito relleno con arroz**
MIERCOLES	**Tarta de acelga y arroz**
JUEVES	**Arroz blanco con milanesas**
VIERNES	**Guiso de arroz**
SABADO	**Arroz con pollo**
DOMINGO	**Descanso**

En todas las situaciones planteadas se observan ciertas características comunes:

- ✓ Existen diferentes conjuntos de elementos.
- ✓ Existen relaciones entre ellos, es decir, los elementos de un conjunto están relacionados con los elementos de otro.

- ✓ La relación entre elementos está establecida de distintas formas y depende de cada situación, puede incluso, estar asignada de manera arbitraria.

> Conjuntos, elementos y pertenencia son conceptos matemáticos que no admiten definición. Es lo que en esta ciencia se denominan elementos primitivos, es decir objetos que simplemente se admiten que existen. Otros elementos primitivos los encontramos, por ejemplo, en la geometría, dónde se admite sin definición a los puntos, las rectas y los planos.

Intuitivamente podemos entender a qué hacemos referencia cuando hablamos de que un elemento pertenece a un conjunto y con eso es suficiente.

Una función puede definirse luego de admitidos esos conceptos primitivos. Para lograrlo debemos, además, imponer algunas precisiones a las características comunes reconocidas en los ejemplos.

> **Definición:** Sean dos conjuntos que llamaremos arbitrariamente, A y B, definimos como función a la relación que a cada elemento de A, llamado conjunto dominio, le asigna un único elemento del conjunto B, llamado conjunto Codominio.

Observen que una vez definida una función, los valores o elementos del segundo conjunto dependen de los valores o elementos del primer conjunto, es decir que, al cambiar un elemento del primer conjunto por otro, la función podrá también asignar otro elemento del segundo conjunto a ese nuevo elemento. Por ello, a los elementos relacionados por una función se los denomina variables y además, por esa dependencia que se observa, reciben respectivamente el nombre de variable independiente y dependiente.

Por convención en las funciones que trabajaremos, la variable independiente es indicada con la letra “x” y la dependiente con la letra “y”. Asumiendo que “x” pertenece al conjunto A y que “y” pertenece al conjunto B. Además como y está en función de x, la notación que utilizamos es:

$$\mathbf{f: A \to B \quad donde \quad y = f(x)}$$

En la primera situación planteada vemos que si tomamos como conjunto dominio a un conjunto P:

$$\mathrm{P = \{cantidad\ "p"\ de\ pañales\ sucios\ en\ un\ día\}}$$

Y si además tomamos como Imagen a un conjunto G:

$$\mathrm{G = \{cantidad\ "g"\ de\ dinero\ obtenido\}}$$

Podemos establecer una relación funcional entre los elementos de dichos conjuntos:

$$\mathrm{f: P \to G \quad dónde \quad f(p) = 5p}$$

Esto indica cuánto dinero obtendrá la niña por cumplir con su parte del trato. Por ejemplo, si los pañales fueran 4 entonces tendríamos que f(4) = 5.4 = 20. Esto indica que por cuatro veces que cambie un pañal obtendrá 20 pesos.

Observemos además que, matemáticamente, el conjunto P está formado por los números naturales y el cero, es decir que:

$$P = \mathbb{N}_0$$

Debemos distinguir de la definición, dos condiciones esenciales para que una relación sea funcional. Ellas son:
Existencia: *Todos* los elementos del primer conjunto deben estar relacionados con alguno del segundo.
Unicidad: Cada elemento del primer conjunto está relacionado *con sólo uno* del segundo.

- En la situación dos podemos admitir que el confort de la mascota de Esteban dependerá de las dimensiones del rectángulo limitado por la lona. Si indicamos con la letra “x” a la longitud de uno de sus lados, la longitud del otro será 10−x (¿porqué?), por lo tanto el área encerrada dependerá de la longitud de ese lado y será igual a:

$$\mathrm{A}(\mathrm{x}) = \mathrm{x}(10 - \mathrm{x})$$

El conjunto dominio en este caso no presenta, desde el punto de vista operacional, ninguna dificultad ya que para cualquier valor que elijamos para x, siempre podremos relacionarlo con algún elemento de la imagen. Es decir que a priori podemos establecer que la función A(x) relaciona los conjuntos:

$$\mathrm{A}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

Pero si analizamos la relaciónen el contexto del problema, observamos que debemos tomar recaudos a la hora de distinguir el conjunto dominio porque x no podrá tomar valores negativos ni superiores a 10. O sea que en el contexto del problema, la función estaría definida de la siguiente manera:

$$A(x): [0,10] \to [0,25]/A(x) = x(10 - x)$$

Releyendo las situaciones propuestas inicialmente, vemos que, de no precisar claramente cuál es el conjunto dominio, las mismas no serán relaciones funcionales, ¿por qué?

En la mayoría de los casos, trabajaremos con relaciones funcionales entre conjuntos numéricos pero claramente podemos ver que éstos no son los únicos. De la cuarta situación, por ejemplo, podemos escribir que:

$$zapallito\ relleno = f(martes)$$

En matemáticas, la precisión es una condición esencial, por ello intentaremos dar mayor exactitud a algunos conceptos:

Dominio: Es la totalidad de elementos del primer conjunto, que están relacionados con algún elemento del segundo conjunto, es decir, es el conjunto de elementos que arbitrariamente al principio indicamos con la letra A. Es también llamado conjunto de partida.

> **Imagen:** Es la totalidad de elementos del segundo conjunto, que tienen un antecedente en A. Es, entonces, una parte del conjunto de elementos que arbitrariamente en la definición indicamos con la letra B. La totalidad del conjunto B recibe el nombre de codominio o conjunto de llegada.

- La situación cuatro relaciona el conjunto de los días de la semana con el conjunto de comidas dietéticas. En principio no es una relación funcional dado que existe un elemento, el domingo, que no está relacionado con ninguno del segundo. Es decir, es una relación que no cumple con la condición de existencia.

- En la situación tres tenemos dificultades aún mayores, ya que si definimos como dominio al conjunto de radicandos posibles y en él ubicamos a los números reales, no sólo que habrían elementos que no tendrían imágenes sino también que habría elementos del dominio que tendrían dos imágenes distintas.

Estos dos últimos ejemplos nos permite expresar la siguiente afirmación:

> **Toda función es una relación pero no toda relación es una función. Es decir que hay relaciones que no alcanzan la calidad de función**

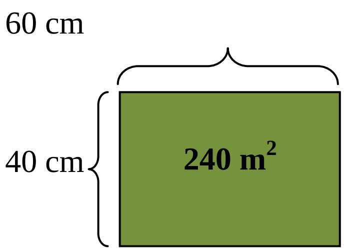
Representación de funciones

Las funciones pueden ser representadas de distintas maneras. Esto depende también de la naturaleza de las mismas, de su operatividad, es decir de cómo sea más práctico para su lectura comprensión y fundamentalmente utilización.

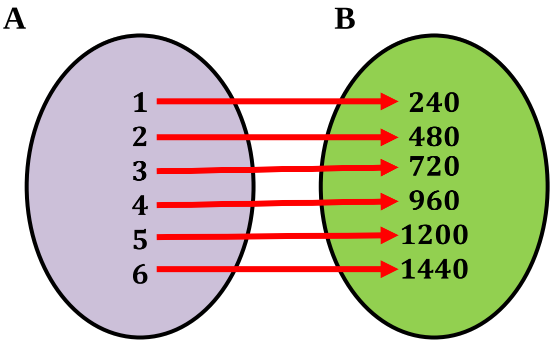
Tomemos un ejemplo para comprender mejor las distintas formas de representación de funciones.

El caso de los carteles

Un grupo de estudiantes tienen que preparar seis carteles como máximo, de 40cm x 60cm. Podemos establecer una función entre la cantidad de carteles que hay que hacer y el área total de cartulina de cartulina en centímetros cuadrados que se utilizará para confeccionarlos.



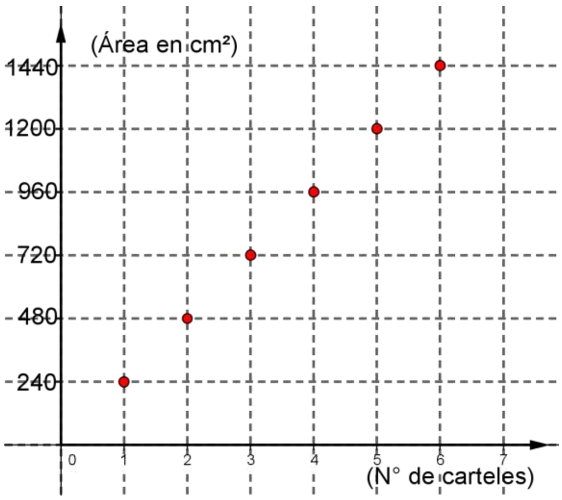
Una forma de representación de la función es por diagrama de Venn:



También se puede representar esta función utilizando un **sistema de coordenadas cartesianas**. Para ello, trazamos dos ejes perpendiculares, llamados ejes coordenados, en los que tomamos una escala y representamos en el eje horizontal, o **eje de abscisas**, la variable independiente, y en el eje vertical, o **eje de ordenadas**, la variable dependiente

Para representar una función, a veces, es útil hacer previamente una tabla de valores. En nuestro ejemplo:

N° de carteles	Área en cm^2
1	240
2	480
3	720
4	960
5	1200
6	1440



Funciones definidas por una fórmula

En el ejemplo anterior notamos que hay una cierta regularidad entre el número de carteles y el área. Ello se debe a que todos los carteles tienen igual área, por lo tanto, el área total es directamente proporcional al número de carteles.

Si llamamos n al número de carteles y A al área total en centímetros cuadrados, resulta para el ejemplo dado que:

$$A = 240.n$$

Tenemos así una función definida por una fórmula. En el contexto del problema, $n$es un número natural ($n \in \mathrm{N}$) y toma valores comprendidos entre 1 y 6 ($1 \leq n \leq 6$).

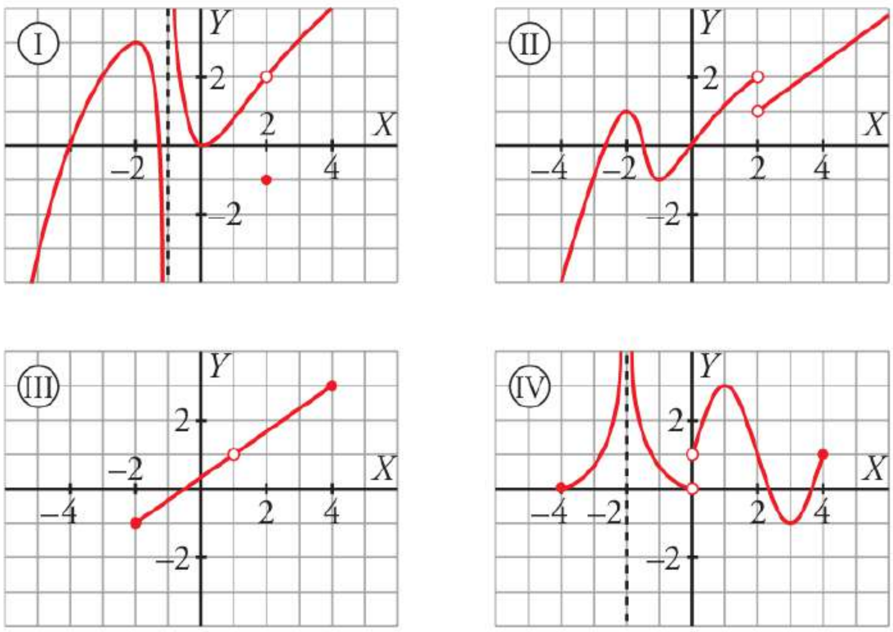
Este tipo de definición por una fórmula es de suma importancia si la función está definida en un conjunto infinito porque, en ese caso, no es posible enumerar los infinitos pares de elementos que se relacionan ni graficar con un diagrama de Venn, pero sí dar, si existe, la fórmula que relaciona los elementos, el dominio y el conjunto codominio.

Ahora bien, frente a un problema no siempre puede obtenerse con facilidad la fórmula e incluso a veces no se puede encontrar una fórmula que exprese la relación de los infinitos pares ordenados de elementos que pertenecen a la función.

Si observamos la gráfica de la función del ejemplo cuya fórmula es $\boldsymbol{A = 240.n}$ **,** notamos que está formada sólo por puntos aislados porque la variable independiente puede tomar sólo números naturales. Es esta variable, la independiente, la que es **discontinua**.

> Hay ocasiones en que la variable independiente no es continua; pasa, dando saltos, de cada valor al siguiente. En estos casos la gráfica de la función es una serie de puntos.
> Pero aunque la variable sea continua, es posible que la función presente saltos bruscos. Se llaman **discontinuidades**.

Las cuatro gráficas que aparecen a continuación corresponden a funciones discontinuas, ¿por qué?.
Nombrar los puntos de discontinuidad en cada una de ellas.



Función lineal

A partir de los ejemplos presentados, te habrás dado cuenta que muchas situaciones de la realidad tienen un comportamiento que permite describirlas a través de una función como modelo. Ahora estudiarás una función particular: la función lineal.

Que mejor empezar con un ejemplo para analizar las características de las funciones lineales.

La función lineal como modelo económico

En economía, la función que relaciona el precio de un producto con la cantidad de este producto que los consumidores están dispuestos a comprar, se llama *curva de demanda*.

La función que relaciona el precio a que se pagaría un producto con la cantidad del mismo que están dispuestos a ofertar fabricantes y vendedores, se llama *curva de oferta*.

El punto de corte de ambas curvas es un *punto de equilibrio* al que se aproxima el mercado

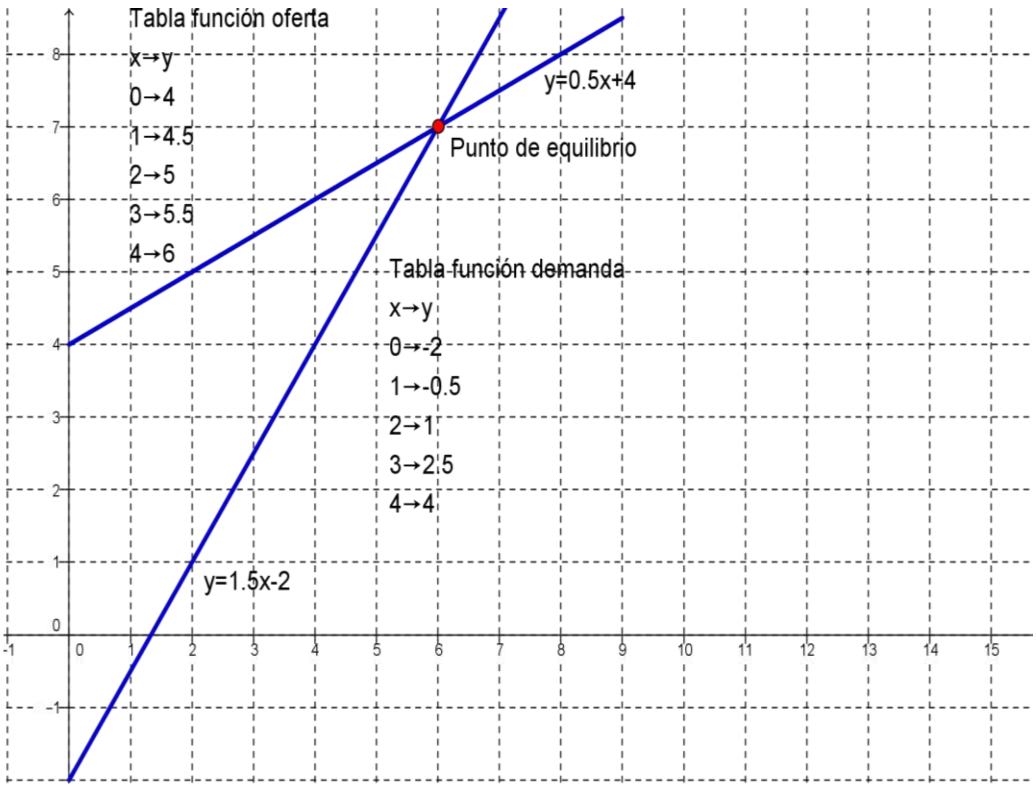
Las curvas de oferta y demanda de un determinado producto son:

$$y = 0{,}5\,x + 4 \quad \rightarrow \textit{función oferta}$$
$$y = 1{,}5x - 2 \quad \rightarrow \textit{función demanda}$$

Encontrar el punto de equilibrio del mercado.

Vamos a interpretar la situación gráficamente.

Para graficar ambas curvas, podemos elaborar una tabla de valores para cada una de ellas y representar los puntos de cada tabla en un sistema de coordenadas cartesianas.



Como el precio en la función demanda como en la función oferta es uniforme, las gráficas de ambas funciones se corresponden con una recta.

¿Te animarías a encontrar el *punto de equilibrio*?. Proponer un procedimiento matemático para encontrarlo.

Las fórmulas que intervienen en este fenómeno económico, tanto la que describe la oferta como la demanda, son funciones que tienen en común la forma:
$f(x) = \boldsymbol{m}x + \boldsymbol{b}$; siendo $\boldsymbol{m}$ y $\boldsymbol{b}$ números reales.

> Una función es lineal si se expresa de la forma $f(x) = \boldsymbol{m}x + \boldsymbol{b}$; siendo $\boldsymbol{m}$ y $\boldsymbol{b}$ números reales

El nombre de una función lineal proviene de que su gráfica es una línea recta.

> Un punto $\mathrm{P}(x_0\, , y_0)$ pertenece a la recta de ecuación $\mathrm{y} = \mathrm{mx} + \mathrm{b}$, si y sólo si sus coordenadas verifican $\mathrm{y}_0 = \mathrm{mx}_0 + \mathrm{b}$

Así, en nuestro ejemplo, el punto P (2,5) pertenece a la función y= 0,5 x + 4 porque sus coordenadas verifican 0,5 .2 + 4 = 1 + 4 = 5.

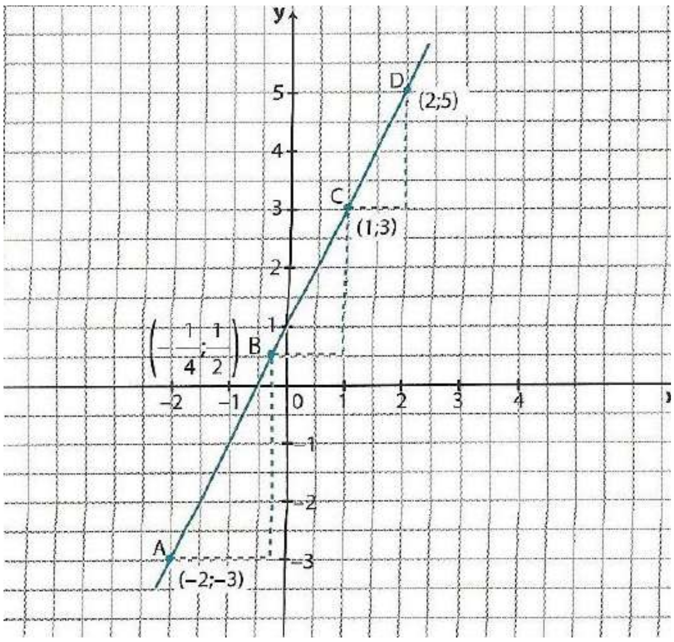
El dominio natural de una función lineal es el conjunto de números reales, pues mx + b es un número real para cualquier valor de x.

El dominio de las funciones oferta y demanda, en el contexto de la situación anterior, es el intervalo $[0\, , +\infty)$; es decir los números reales positivos incluido el cero, porque no tendría sentido para valores de x negativos.

<u>Pendiente y ordenada al origen</u>

Los parámetros m y b de la ecuación tienen un significado, en la representación gráfica de la función.

Interpretemos con un ejemplo el valor m en la ecuación y= 2x+1



En la figura marcamos los puntos A, B, C y D

Para $\mathrm{C} = (1;3)$ y $\mathrm{D} = (2;5)$ $\qquad \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-3}{2-1} = \frac{2}{1} = 2$

Para $B = \left(-\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$ y $\mathrm{C} = (1;3)$ $\qquad \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-\frac{1}{2}}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{2} = 2$

Para A $= (-2; -3)$ y $B = \left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ $\qquad \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{1}{2} - (-3)}{-\frac{1}{4} - (-2)} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{7}{4}} = \frac{4}{2} = 2$

Se puede observar que, en todos los casos, $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 2$, siendo 2 el valor de m correspondiente a dicha recta.

Si consideramos una recta de ecuación y= mx +b y se toman en ella dos puntos $P = (x_1;\ y_1)$ y Q= $(x_2;\ y_2)$ cualesquiera, se verifica $y_1 = m\, x_1 + b$ e $y_2 = m\, x_2 + b$

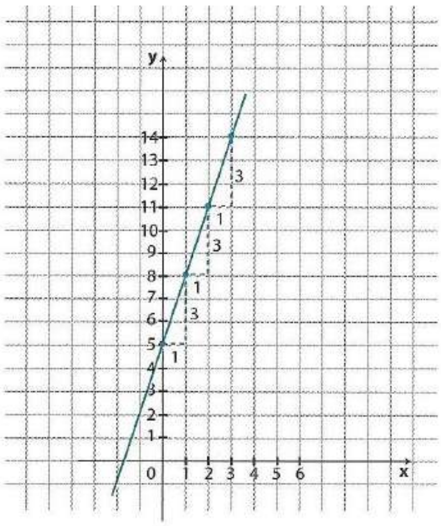
Por lo tanto $\qquad y_2 - y_1 = (mx_2 + b) - (mx_1 + b) = mx_2 + b - mx_1 - b$

$$y_2 - y_1 = m\,(x_2 - x_1)$$

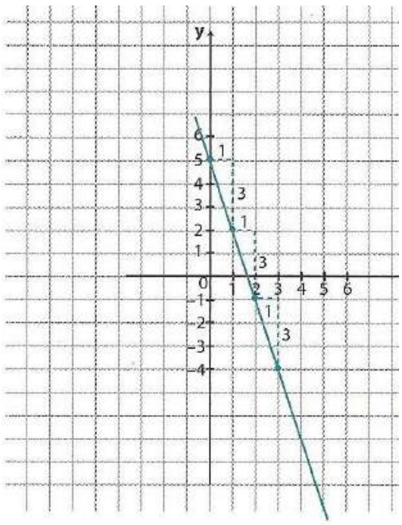
Si $x_1 \neq x_2$ resulta $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$

Al valor $\mathbf{\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m}$ se lo llama **pendiente** de la recta

En una recta se verifica, entonces, que la variación de y es proporcional a la variación de x, siendo **m** la constante de proporcionalidad. Entonces el valor de m indica gráficamente lo siguiente:



y = 3x + 5
m = 3: los valores de **y** varían 3 unidades hacia arriba por cada unidad que aumenta **x**.



y = –3x + 5
m = –3: los valores de **y** varían 3 unidac hacia abajo por cada unidad que aument:

Gráficamente, **m** indica la cantidad de unidades que se desplaza la coordenada **y** (hacia arriba o hacia abajo) por cada unidad que se desplaza la coordenada **x** a la derecha.
En el caso de la función lineal, si **m** > 0 f es creciente, decreciente si **m** < 0 y constante si **m** = 0

¿Te animarías a proponer la fórmula de una función lineal creciente, otra decreciente y otra que sea constante? Graficarlas en al eje de coordenadas cartesianas

Si observamos detenidamente todos los gráficos de las funciones lineales que hemos realizado, te darás cuenta que en cada caso, la ordenada del punto de intersección de la recta con el eje **y** coincide con el correspondiente valor de **b .**

> **b** es la ordenada del punto en que la recta corta al eje **y,** por lo que recibe el nombre de **ordenada al origen**

El hecho de conocer los valores de **m** y **b**, nos permite graficar rápidamente una función lineal de la siguiente manera:

1) Se representa el valor de **b** sobre el eje **y**.
2) A partir de la ordenada marcada en **y**, se grafica la pendiente **m** y se obtiene un nuevo punto.
3) Teniendo marcados dos puntos podemos trazar la recta

Este procedimiento se conoce habitualmente como trazado rápido de una recta.

Te desafiamos a que realices el gráfico de la funciones
y = 3x-4 , y= $\frac{2}{3}x + 4$ **utilizando el trazado rápido.**

<u>Ecuación de la recta que pasa por un punto y tiene pendiente m</u>

En general, para hallar la ecuación de la recta sabiendo que pasa por el punto $P = (x_0\ ;\ y_0)$ y conociendo su pendiente **m** , se tiene:

$$y_0 = m\,x_0 + b$$

$$b = y_0 - mx_0 \qquad \text{se despeja } \mathbf{b}$$

$$y = mx + (y_0 - mx_0) \qquad \text{se reemplaza en } y=m\,x+b$$

> **La ecuación de la recta que pasa por** $\boldsymbol{P = (x_0\ ;\ y_0)}$ **y tiene pendiente m es** $\boldsymbol{y - y_0 = m\,(x - x_0\,)}$

Ejemplo: Hallar la ecuación de la recta que pasa por $P = (3\ ;\ 2)$ y tiene pendiente 4.

A partir de lo visto: $y - 2 = 4\,(x - 3) \Rightarrow y - 2 = 4x - 12 \Rightarrow y = 4x - 10$

Ecuaciones Lineales con una incógnita

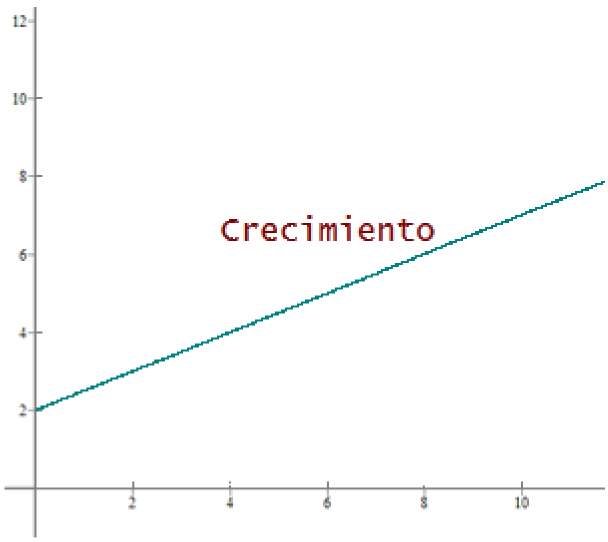
Dada la siguiente situación:

En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 2 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que en la primera semana ha pasado a medir 2.5 cm. Establecer una función lineal que dé la altura de la planta en función del tiempo y representar gráficamente.

Los datos son:

Altura inicial = 2cm , Crecimiento semanal = 2.5 − 2 = 0.5

Entonces la función es **y= 0.5 x + 2** **,** y la gráfica aproximada es:



Si quisiéramos saber en qué semana la planta tuvo un crecimiento de 6cm tendríamos que plantear la siguiente igualdad: $0{,}5x + 2 = 6$ que recibe el nombre de **ecuación lineal con una incógnita**.

> Una ecuación que se puede expresar de la forma mx + b= 0 se llama **ecuación lineal.**

Para resolver las ecuaciones lineales, sustituimos en cada paso la ecuación que teníamos por una más simple equivalente, hasta llegar a una ecuación de la forma x= k, siendo k un número real.

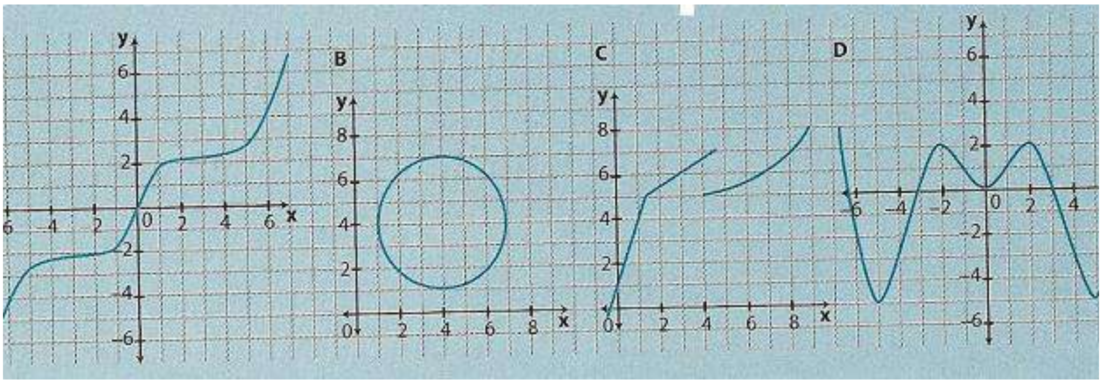
Las siguientes operaciones algebraicas, aplicadas a una ecuación permiten obtener una ecuación equivalente a la que se tiene:

1) Sumar o restar la misma expresión a ambos lados de la igualdad,
2) Multiplicar por la misma expresión a ambos lados de la igualdad,
3) Dividir ambos lados de la igualdad por la misma expresión (siempre que no sea igual a 0)

En el caso que el planteo de mx + b = 0 esté asociado a una función lineal, la solución de la ecuación sería una raíz o cero de la función y gráficamente corresponde a la abscisa del punto de intersección de la recta con el eje horizontal (eje x).

EJERCITACIÓN

1) Indicar si los siguientes gráficos corresponden a funciones. Justificar la respuesta



……………….. ………………… …………………………………

2) Indicar el dominio y la fórmula que define cada una de las siguientes funciones si se sabe que todas tienen como codominio a los números reales.

   a) A cada número natural le corresponde su triple.
   b) A cada número real le corresponde el cuadrado de su mitad.
   c) A cada número entero le corresponde como imagen la suma entre su cuadrado y 1.
   d) A cada número real le corresponde como imagen la diferencia entre 4 y el duplo del número dado.

3) Indicar qué puntos pertenecen al gráfico de la función de **R** en **R: y = 3x + 2** . Justificar la respuesta.

   $A = (1; 5) \qquad B = (2; 6) \qquad C = (-2; -4) \qquad D = \left(\frac{1}{3}; 3\right) \qquad E = (0; 3)$

4) Escribir tres pares ordenados que pertenezcan al gráfico de la función de **R** en **R**: $y = -4x + 7$.

   ¿Qué observan en el grafico? ¿Qué enunciado pueden formular a partir de lo observado.

5) Piensa en todos los rectángulos con perímetro 20 cm. Cuando la base se alarga, la altura debe disminuir. Busca la función que relaciona la base x con la altura y. Representarla gráficamente. ¿Es una recta?.

6) Dos motoristas parten, simultáneamente, de A y B. El primero se dirige a B con una velocidad de 100 km/h y, el segundo, se dirige a A con una velocidad de 150 km/h. Si A y B distan entre sí 300 km, ¿a qué distancia de A se encuentran?¿cuánto tardan en encontrarse?.

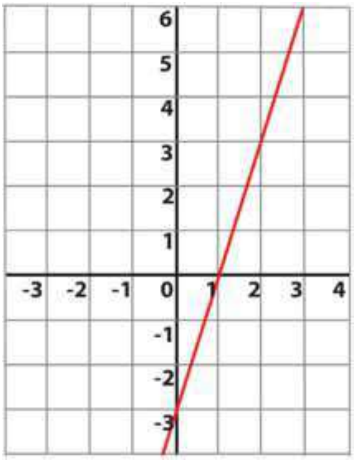
7) Hallar la ecuación de la recta que pasapor P (-8,-5) y de pendiente $m = \frac{2}{7}$

8) Hallar la ecuación de la recta que pasa por P (7,4) y Q (-3,-1). Pasar a forma explícita y determina la pendiente y la ordenada en el origen.

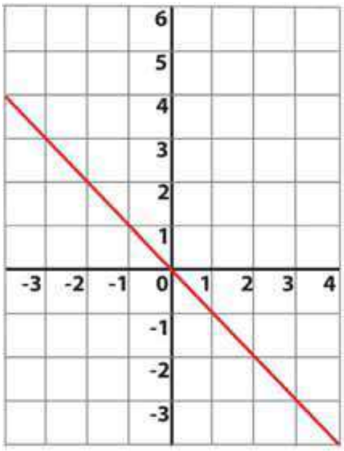
9) Calcular la pendiente de la recta que pasa por los puntosP(-5,-4) y Q(-4,-2).

10) Hallar la ecuación asociada a cada una de las siguientes graficas.

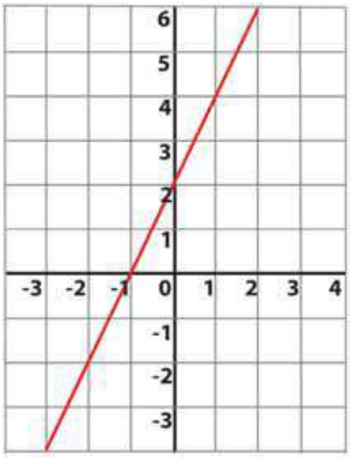
a)



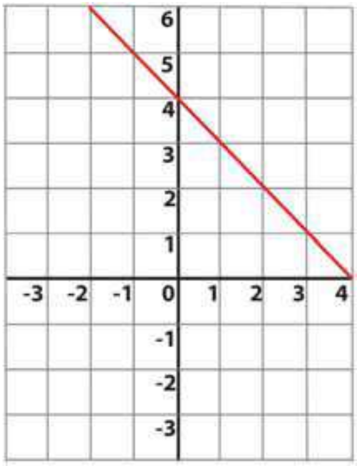
b)



c)



b)



11) En consumo de agua mensual de una casa aparecen los precios los siguientes conceptos:

– Por distribución, depuración y otros conceptos: $40
– Por m^3de agua consumida: $10.

a) Elaborar una tabla que permita visualizar los metros cúbicos de agua consumida y el precio de la factura:

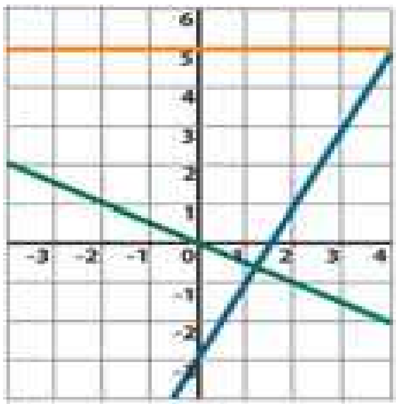
Metros cúbicos de agua consumida	0	1	2	3	4	5	x
Precios de la factura							

b) Graficar y obtener la ecuación que describe la situación del ítem anterior.

12) Relacionar las ecuaciones con la gráfica

a) y = 5

b) $y = -\frac{1}{2}x$
c) 4x-2y =6



13) Dados los puntos A(0, 4), B(2, –8).
  a) Calcular la ecuación de la recta que pasa por A y B.
  b) El punto (–1, 10), ¿pertenece a la recta?
  c) Calcular la ecuación de una recta con la misma pendiente que la obtenida, cuya ordenada en el origen sea –3.

14) Un atleta camina a una velocidad de 4,5 km/h.
  a) Representar en los ejes de coordenadas cartesianas la gráfica de la función que relaciona el espacio recorrido por el atleta con el tiempo que emplea en recorrerlo.
  b) Si en la etapa que ha realizado hoy ha tardado 5 h 40 min, ¿qué distancia ha recorrido?

15) La tarifa de un taxi es $ 10 por la bajada de bandera y $ 5 por cada kilómetro recorrido.
  a) ¿Cuál es el precio de un viaje de 10 km?
  b) Elaborar una tabla con los precios que hay que pagar según los kilómetros que se recorren.
  c) Si se representa la gráfica asociada a la situación, ¿tiene sentido unir todos los puntos obtenidos?.

16) Los lados de un cuadrado de 4 centímetros de longitud se aumentan x centímetros. ¿Cuál es la función que relaciona el perímetro con el lado del cuadrado? Representar la gráfica de la función.

17) La temperatura se puede medir en grados Celsius (grados centígrados), grados Fahrenheit o en grados Kelvin. La escala de medida en grados Celsius es utilizada en gran parte del mundo, la escala Fahrenheit en los países anglosajones y la escala Kelvin entre los científicos. Si se indican las escalas con las letras:

C para la escala Celsius
F para la escala Fahrenheit
K para la escala Kelvin

La transformación de unidades se realiza mediante las funciones afines:

K = C + 273 y F = 1,8 C + 32

Representaren un sistema de ejes cartesianos las relaciones entras las unidades de temperatura

ECUACIÓN LINEAL Y CUADRÁTICA

1) Expresar en forma algebraica los siguientes enunciados:

Nº	Enunciados	Expresión Algebraica	Nombre de las variables
0	El triple de la cuarta parte de un número	$\frac{3}{4}x$	x= el número
1	El producto de dos números		
2	El perímetro de un triángulo isósceles del que sabemos que su lado desigual mide 4 cm menos que cada uno de los dos lados iguales.		
3	El 30% de un número		
4	La suma de tres números enteros consecutivos		
5	La tercera parte del área de un rectángulo en el que la base mide el doble que la altura		
6	La mitad del resultado de sumar un número con su inverso.		
7	El triple de la edad que tendré dentro de cinco años		
8	El área de un triángulo del que se sabe que su base es la mitad de su altura.		
9	El cuadrado de la diferencia entre dos números impares consecutivos.		
10	La suma de los cuadrados de dos números.		

2) En cada una de estas expresiones, razona si se trata de una identidad o de una ecuación:

a. $2x + 8x = 10x$
b. $2x + 8x = 10$
c. $3(x - 1) = 12$
d. $3(x - 1) = 3x - 3$
e. $2(x + 1) = 8$
f. $x^4 - 3x^2 - 5x + 1 = 0$

3) Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x+5}{3}+\frac{2x-4}{2}=1$ b) $\frac{2}{3}x+\frac{5x-5}{5}=\frac{2x+4}{10}+\frac{4x-3}{3}$ c) $4x^2+8x+3=0$

d) $x.(2x-3)=0$ e) $9-4x^2=0$ f) $\left(2x-\frac{5}{2}\right)^2=9x^2+\frac{25}{4}$

$g)(3x+2).(3x-2)=77$ $h)3x^2-9x=0$ $i)$ $6x^3+x^2-26x-21=0$

$j)\frac{x-1}{6}-\frac{x-3}{2}=-1$ $k)\frac{3}{4}(2x+4)=x+19$ $l)4(x-10)=-6(2-x)-6x$

$m)\ 6\left(\frac{x+1}{8}-\frac{2x-3}{16}\right)=3\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}\right)-\frac{3}{8}(3x-2)$ $o)\ \frac{2}{3}\left[x-\left(1-\frac{x-2}{3}\right)\right]+1=x$

$n)\ 2-\left[-2(x+1)-\frac{x-3}{2}\right]=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$

4) Resolver los siguientes problemas:

a) La suma de las edades de tres amigos es de 41 años. El mayor tiene un año más que el mediano y éste dos más que el pequeño. ¿Qué edad tiene cada uno?.

b) El perímetro de un triángulo isósceles es de 35 centímetros. Si los lados iguales miden cada uno el doble del lado desigual, ¿cuánto mide cada lado?.

c) Averiguar cuántos kilómetros tiene un camino si después de haber recorrido la tercera parte faltan 25 kilómetros para llegar a la mitad del camino.

d) El perímetro de un rectángulo es de 288 centímetros. Si la base mide el doble que la altura, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?.

e) Hallar dos números consecutivos cuyo producto es 380.

f) Una habitación rectangular tiene 24 m^2 de superficie y 2 metros de longitud más que de ancho. Hallar las dimensiones.

g) Uno de los lados de un rectángulo mide 6 cm más que el otro. ¿Cuáles son las dimensiones si su área es 91 cm^2?

h) Calcular dos números sabiendo que su diferencia es 4 y su producto 117.

5) Resolver los siguientes problemas.

a) Calcular el valor de m sabiendo que x=3 es solución de la ecuación de segundo grado
x^2 - mx+27=0.Resolver la ecuación para el valor de m encontrado.

b) La diagonal de un rectángulo mide 10 cm. Hallar sus dimensiones si un lado mide 2 cm menos que el otro.

c) Encontrar dos números cuya suma sea 10 y su producto 24.

d) Un triángulo rectángulo tiene 24 metros de perímetro, y la longitud de un cateto es igual a ¾ del otro. Hallar la longitud de todos sus lados.

e) Si aumentamos en 3 cm el lado de un cuadrado su área aumenta en 21 cm^2. Calcular el área de dicho cuadrado.

f) Al dividir 256 por un número natural se obtiene un cociente dos unidades mayor que el divisor y de resto uno. Calcular el divisor.

g) Se quiere hacer una caja de 50 cm^3 de volumen con una cartulina cuadrada. Para hacerla se cortan en las esquinas cuadrados de 2 cm de lado. ¿Cuánto mide el lado de la cartulina cuadrada?.

h) La suma de dos números es 13, si el mayor se divide por el menor se obtiene por cociente 2 y por resto 1. Encontrar ambos números.

i) Determinar las longitudes de los lados de un rectángulo si el lado mayor excede en 10 cm al menor y la diagonal mide 50 cm.